УДК 330.46
DOI: https://doi.org/10.32782/2708-0366/2022.13.26

Лобода О.М.
кандидат технічних наук, доцент,
доцент кафедри менеджменту та інформаційних технологій,
Херсонський державний аграрно-економічний університет (м. Кропивницький)
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9826-9443

Loboda Olena
Kherson State Agrarian and Economic University, Kropyvnytskyi

МЕТОДИ УПРАВЛІННЯ АГРАРНОГО СЕКТОРУ ЕКОНОМІКИ НА ОСНОВІ УМОВ ОПТИМАЛЬНОСТІ

MANAGEMENT METHODS OF AGRICULTURAL SECTOR THE ECONOMY BASED ON CONDITIONS OF OPTIMALITY

У статті розглядається методологія системного підходу на основі методів, моделей та алгоритмів вирішення завдань впровадження інформаційних технологій в управління сільськогосподарськими підприємствами з метою підвищення ефективності діяльності підприємств в умовах ринкових відносин, що розвиваються. Проведено вивчення наукової літератури, що свідчить про необхідність покращення функціонування фермерських господарств з урахуванням методів оптимізації управління фермерськими господарствами. Розроблено методику системного підходу з урахуванням інформаційної моделі визначення максимального обсягу виробництва та максимального прибутку сільськогосподарського підприємства. Модель оптимальної поведінки виробника у конкурентних та монопольних умовах удосконалена з урахуванням підходів системного аналізу. Вивчено комплексний метод ідентифікації, пов'язаний із створенням оптимізаційної моделі, кінцевим результатом якої буде розробка рекомендацій для прийняття рішень щодо розподілу коштів між філією сільськогосподарського підприємства. Доведено, що при обробці експериментальних даних та проведенні статистичного аналізу особлива увага приділялася найбільш доцільним методам вивчення сільськогосподарських наук з метою максимізації прибутку, мінімізації виробництва та собівартості продукції. Виявлено необхідність створення оптимальної моделі розвитку сільськогосподарського підприємства на основі достатніх умов оптимальності. Обґрунтування існуючих підходів до інформатизації фермерських господарств та рівня розвитку інформаційних технологій багатопрофільних фермерських господарств дозволило визначити основні сукупні факти розвитку фермерських господарств з метою визначення пріоритетних завдань управління. Дослідження дає цінну інформацію про модель об'єктів та процесів управління, динаміку розвитку сільськогосподарського підприємства шляхом розвитку. У комплексі системного аналізу розроблено та враховано основну ознаку збалансованого зростання сільськогосподарського підприємства.

Ключові слова: *система управління, модель, економіко-математичне моделювання, ідентифікація системи, оптимізація управління, виробничі функції.*

The article examines the methodology of a system approach based on methods, models and algorithms for solving the problems of implementing information technologies in the management of agricultural enterprises in order to increase the efficiency of enterprises in the conditions of developing market relations. The study of scientific literature was carried out, which indicates the need to improve the functioning of farms, taking into account the methods of optimizing the management of farms. The methodology of the system approach was developed, taking into account the information model of determining the maximum volume of production and the maximum profit of the agricultural enterprise. The model of the optimal behavior of the manufacturer under conditions of competition and monopoly has been improved taking into account the approaches of system analysis. A complex identification method related to the creation of an optimization model has been studied, the final result of which will be the development of recommendations for making decisions on the distribution of funds between branches of an agricultural enterprise.

It has been proven that when processing experimental data and conducting statistical analysis, special attention was paid to the most appropriate methods of studying agricultural sciences in order to maximize profit, minimize production and cost of production. The need to create an optimal model of the development of an agricultural enterprise based on sufficient optimality conditions was revealed. The substantiation of existing approaches to the informatization of farms and the level of development of information technologies of multidisciplinary farms allowed to determine the main aggregate facts of the development of farms in order to determine the priority tasks of management. The study provides valuable information about the model of objects and management processes, the dynamics of agricultural enterprise development through development. In the system analysis complex, the main feature of the balanced growth of the agricultural enterprise was developed and taken into account.

Key words: *control system, model, economic-mathematical modeling, system identification, control optimization, production functions.*

Постановка проблеми. Для забезпечення високого рівня адекватності прийняття рішень у різних сферах управлінської діяльності аграрного сектору економіки потрібна побудова сучасного інформаційного суспільства, що потребує розробки, впровадження та використання нових інформаційних технологій. Одним із основних напрямків в умовах складної ринкової економіки є підвищення ефективності функціонування сільськогосподарських підприємств, що здійснюється за рахунок побудови автоматизованих систем управління та використання сучасних інформаційних технологій. Розв'язання задачі оптимального управління цих умовах призводить до розв'язання завдання управління з допомогою розподілу ресурсів між галузями. Пошук оптимальних управлінь, що визначають найбільшу ефективність результатів функції, передбачає побудову моделей об'єктів управління та вирішення багаторівневої задачі пошуку оптимальних управлінь для заданої функції функціональної ефективності.

Аналіз поточних досліджень та публікацій. З літератури відомо, що вирішення завдань управління має особливості, пов'язані з їхньою динамікою, відмінною від стаціонарних станів, а також відіграє виняткову роль з точки зору прийняття відповідних рішень. Існуючі теорії зазвичай розроблялися для пояснення тих явищ, які вже мали місце в економічній діяльності на мікро або макроекономічному рівні [1, с. 25], а також використовувалися для прогнозування майбутньої економічної політики. Але вона відрізняється від економічної теорії нашого часу тим, що рішення, що базуються на ній, повинні бути реалізовані негайно, щоб мати позитивний ефект. Існує безліч проблем, які потребують глибокого аналізу, щоб у відносно короткі терміни прийняти оптимальні або близькі до них рішення та реалізувати їх у житті.

У сучасних умовах вимоги щодо ефективності функціонування підприємства не відповідають навичкам традиційного менеджменту. Основна увага у дослідженні приділяється створенню інформаційних методів і моделей автоматизованих систем управління з урахуванням сучасних комп'ютерних засобів, дозволяють вирішувати завдання вибору управлінських рішень як окремих галузей, так економіки загалом з урахуванням порівняльного аналізу. виробничі функції. Завдання особливо актуальна в умовах ринкової економіки, і спроба вирішити це завдання в конкурентному середовищі, безумовно, може бути використана верхівкою економіки. Тому проведення нових досліджень, розробка моделей, алгоритмів, методів, програм та інформаційних технологій для покращення функціонування підприємств є актуальним науковим завданням.

Мета статті. Основною метою даної є розробка моделей об'єктів і процесів управління – динаміки розвитку сільськогосподарського підприємства по магістралі розвитку.

Виклад основного матеріалу. Виробництво є складним керованим процесом перетворення ресурсів на суспільний продукт. При розробці економіко-математичного апарату аналізу, планування та прогнозування виробництва створюється система моделей, в основі якої лежить уявлення економіки сільськогосподарського підприємства як складної ієрархічної системи [2, с. 130]. У математичному моделюванні зв'язок між виробничими чинниками та його результатом зазвичай представляють з допомогою виробничих функцій. При побудові виробничих функцій слід враховувати, що чинники виробництва випуск продукції завжди є цілими числами. Крім того, при моделюванні виробничих функцій слід враховувати, що відсутність одного з факторів призводить до нульового випуску продукції. Також передбачається, що фактори виробництва змінюються безперервно, а обсяг випуску змінюється досить рівномірно за зміни факторів, що природно при розгляді виробництва на макрорівні.

Також економічно доцільно, щоб випуск збільшувався зі збільшенням кількості використовуваних ресурсів, тобто для диференційованої виробничої функції можна записати такі нерівності [3, с. 162]:

$$\frac{\partial F(K,L)}{\partial K} > 0, \frac{\partial F(K,L)}{\partial L} > 0,$$

де K – основні виробничі фонди;

L – трудові ресурси.

Цим умовам задовольняють мультиплікативні виробничі функції виду $X = aK^{\alpha}L^{\beta}, a > 0, \alpha > 0, \beta > 0,$

де X – випуск продукції;

α, β – параметри виробничої функції.

Мультиплікативна виробнича функція дозволяє моделювати ефект масштабу у виробництві, який існує лише за одночасної зміни факторів K та L. Нехай ці фактори змінюються в λ разів, тоді

$$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda^{\alpha+\beta} F(K,L).$$

В цьому випадку:

1) якщо α + β >1, має місце інтенсивний шлях розвитку, тобто якщо обсяг виробництва збільшується у λ разів, випуск збільшується більш ніж у λ рази; 2) якщо α + β <1, то збільшення обсягу виробництва негативно позначається на випуску продукції, тобто при збільшенні витрат у λ рази випуск зростає менш ніж у λ рази;

3) якщо α + β = 1, то екстенсивне економічне зростання відбувається лише за рахунок факторів виробництва.

Тривалі спостереження показують, що в умовах чисто екстенсивного виробництва збільшення витрат тільки одного з факторів виробництва призводить до зниження ефективності його використання, тобто $\frac{\partial^2 F(K,L)}{\partial K^2} < 0, \frac{\partial^2 F(K,L)}{\partial L^2} < 0$. Це означає, що кожна наступна одиниця зростаючого фактора з'єднується з меншою кількістю іншого фактора і його зростання дає зменшення приросту продукції.

Для екстенсивного засобу розвитку характерно $\lim\limits_{K\to 0}\frac{\partial F(K,L)}{\partial K} = \infty, \lim\limits_{L\to 0}\frac{\partial F(K,L)}{\partial L} = \infty,$ і $\lim\limits_{K\to\infty}\frac{\partial F(K,L)}{\partial K} = 0, \lim\limits_{L\to\infty}\frac{\partial F(K,L)}{\partial L} = 0$.

Виробнича функція Кобба-Дугласа є модель великих можливостей розвитку.

$$X = aK^{\alpha}L^{\beta}, \alpha + \beta = 1,$$

де α – коефіцієнт еластичності випуску для виробничих підприємств;

β – коефіцієнт еластичності випуску за фондом оплати праці.

Еластичність виробничої функції за фактором є відношенням відносного зростання функції до відносного зростання фактора. Еластичність чисельно дорівнює відсотку зміни випуску за зміни чинника на 1%. Неважко показати, що коефіцієнти еластичності можна знайти як відношення граничної ефективності функції за фактором середньої ефективності:

$$\alpha = \frac{\partial F(K,L)}{\partial K} \bigg/ \frac{F(K,L)}{K} \text{ і } \beta = \frac{\partial F(K,L)}{\partial L} \bigg/ \frac{F(K,L)}{L}.$$

Важливою властивістю виробничих функцій є еластичність заміщення ресурсів σ, оскільки вона є постійною для більшості виробничих функцій, що використовуються в економіко-математичних моделях. Еластичність заміщення ресурсів показує відсоткову зміну ставлення капіталу до праці $k = K/L$, якщо гранична норма заміщення $s = dK/dL$ (гранична капіталомісткість) змінюється на 1% для того ж обсягу випуску: $\sigma = \left.\frac{d\ln k}{d\ln s}\right|_{F=const}$ додаткових ресурсів, які необхідно залучити у вигляді питомих витрат на оплату праці при постійному обсязі виробництва. Гранична норма заміщення s визначається з рівняння ізокванти (лінія рівного випуску): $dy = \frac{\partial F(K,L)}{\partial K}dK + \frac{\partial F(K,L)}{\partial L}dL \equiv 0.$

Еластичність заміни ресурсів σ для функції Кобба-Дугласа дорівнює $\sigma = \frac{d\ln k}{d\ln s} = 1,$ так як для неї гранична норма заміщення $S = \frac{1-\alpha}{\alpha}k,$ де $k = K/L.$ Часто економічні міркування підказують, що хоча еластичність заміщення ресурсів і можна вважати постійною, але все-таки вона відмінна від одиниці. У зв'язку з цим еластичність заміни ресурсів для функції Солоу $\sigma = \frac{d\ln k}{d\ln s} = \frac{1}{1+\rho}.$

Розглянемо економіку сільськогосподарського підприємства, що характеризується у будь-який час t набором змінних X, Y, C, K, L, I, де X – інтенсивність валового продукту; Y – інтенсивність кінцевого продукту; С – невиробниче споживання; I – валові інвестиції; K – обсяг основних засобів; L – робочі ресурси. Ці змінні пов'язані друг з одним. По-перше, будь-якої миті часу існує стан рівноваги $X = aX + Y$, де $0 < a < 1$.

У свою чергу, кінцевий продукт розподіляється на валові капітальні вкладення і невиробниче споживання $Y = I + C$, де валові капітальні вкладення витрачаються на приріст основних виробничих фондів і їх відновлення за рахунок амортизаційних відрахувань: $I = \dot{K} + \mu K$, де μ – коефіцієнт амортизації. Тоді $\dot{K} = I - \mu K$ або

$$\dot{K} = (1-a)(1-u)X - \mu K, \quad (1)$$

де $u = C/Y$ – доля невиробничого споживання:

$$0 \le u \le 1. \quad (2)$$

Припустимо, що вартість валового продукту визначається заданою виробничою функцією, що характеризує виробничі можливості за виробничою потужністю K, трудових ресурсів та часу t, тобто.

$$0 \le X \le F(K, L, t). \quad (3)$$

Виробнича функція $F(K, L, t)$ передбачається безперервною та двічі продиференційованою, при цьому виконуються такі умови:

1) функція невід'ємна: $F(K, L, t) > 0$;

2) функція зростає по кожному з аргументів $\frac{\partial^2 F}{\partial K^2} > 0,\ \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} > 0$;

3) якщо хоча б один з ресурсів K або L дорівнює нулю, то і $F(K, L, t) = 0$, $F(0, L, t) = 0$, $F(K, 0, t) = 0$;

4) передбачається, що з ростом кожного з аргументів приріст валового продукту зменшується: $\frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0,\ \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0$;

5) $\lim\limits_{K\to 0}\frac{\partial F}{\partial K} = \infty,\ \lim\limits_{L\to 0}\frac{\partial F}{\partial L} = \infty$;

6) функція має властивість однорідності за аргументами K і L, тобто зміна масштабу виробництва призводить до пропорційної зміни випуску продукту:

F (λK, λL, t) = λF (K, L, t). Параметр *t* вводиться у виробничу функцію з урахуванням низки зовнішніх чинників, які впливають модель, зокрема вплив науково-технічного прогресу;

7) функція зростає за часом: $\frac{\partial F}{\partial t} > 0.$

Рішення завдання будемо шукати за умови

$$K \geq K_з, \tag{4}$$

де $K_з$ – заданий рівень основних виробничих фондів.

Нехай задані виробничі фонди в початковий момент часу:

$$K(0) = K_0. \tag{5}$$

Допустима множина *M* у розглянутій задачі описується умовами (2)-(5). Допустимий процес представлений набором функцій *v = (K(t), X(t), u(f))*, які задовольняють цим умовам. Він визначає стан економіки та управління *X* і *u* [1]. Очевидно, що такий процес не єдиний.

Завдання управління цією економікою економіки полягає в тому, щоб знайти такий процес *v = (K(t), X(t), u(f))*, який доставляв би найбільше середнє споживання заданий інтервал часу з урахуванням Дисконтування споживання, тобто $f = \int_0^T e^{-\delta t} \frac{C}{L} dt.$

Проведемо редукцію задачі. Для цього введемо в диференціальне рівняння (1) відносні змінні: *k = K/L* – фондоозброєність, *c = C/L* – середнє споживання, *x =X/L* – продуктивність праці. Так як *K = kL*, *X = xL*, то рівняння (1) набуде вигляду $(\dot{kL}) = (1-a)(1-u)xL - \mu kL.$ Враховуючи правило диференціювання складної функції, одержимо $\dot{K} = (\dot{kL}) = \dot{k}L + k\dot{L}.$

Будемо вважати, що приріст трудових ресурсів здійснюється з постійним темпом, тобто $\dot{L} = nL.$ Тоді $(\dot{kL}) = (\dot{k} + kn)L.$ Остаточно диференціальне рівняння зв'язку в відносних змінних набуде вигляду

$$k = (1\text{-}a)\ (1\text{-}u)\ x + (\mu + n)\ k.$$

Обмеження на управління u залишається, тобто

$$0 \leq u \leq f, \tag{6}$$

а на продуктивність праці x набуде вигляду

$$0 \leq x = f(k,\ t), \tag{7}$$

де $f(k,t) = \frac{1}{L} F(K,L,T)$.

Обмеження щодо виробничої потужності замінюються обмеженнями за фондоозброєністю:

$$k(t) \geq k3(t), \tag{8}$$

$$k(0) = k0. \tag{9}$$

Проведемо перетворення функціоналу до відносних змінних:

$$f = \int_0^T e^{-\delta t}(1-a)uxdt \to \max \text{ або } I = \int_0^T e^{-\delta t}(1-a)uxdt \to \min. \tag{10}$$

Необхідно визначити процес *v = (k(t), u(t), x(t))*, який мінімізує функціонал (10) на множині (6)-(9).

Отже, в редукованій задачі стан системи є фондоозброєність *k* управління – продуктивність праці *x* та частка споживання *u*. Рівняння процесу є диференціальне рівняння зростання капіталоовруженности.

Для вирішення цього завдання скористаємося теоремою про достатні умови оптимальності. Введемо функцію *R* [4, с. 149]:

$$R(k,x,u,t) = \frac{\partial \varphi(k,t)}{\partial k} = \left[(1-a)(1-u)x - (\mu+n)k\right] + e^{-\delta t}(1-a)ux + \frac{\partial \varphi(k.t)}{\partial t}.$$

Виділимо у R компоненти, що містять компоненти вектора управління (u, x), покладемо суму коефіцієнтів на ньому рівної нулю. Тим самим на накладається вимога отже, Тоді *ϕ(t, k)=ke-t+c(t)*, де *c(t)* довільна функція.

Таким чином, *ϕ* пред'являється вимога *-(1-a)ϕk+e-δt(1-a)=0*; отже, *ϕk(t,k)=e-δt*.

При цій умові функція R не залежить від u: *R(t,k,x)=e-t[(1-a)x(μ+n)k]-e-δtδk=e-δt[(1-a)x-(μ+n+δ)k]*. Оптимальні $\bar{k}(t), \bar{x}(t)$ знайдемо з умови $\bar{k}(t), x(t) \to \max\limits_{0 \le x \le f(k,t)} R(t,k,x).$, так як а < 1, то *(1-a)> 0* і, отже, max$R$ досягається при $x = f(k, t)$.

В одногалузевій моделі це рівняння очевидне, але в багатогалузевій моделі ви можете виявити, що деякі галузі використовуються недостатньо.

Тепер максимізуємо R до оптимального значення щодо k. Примітка: $x = \bar{x}$. $R_1(t,k) = \max\limits_{0 \le x \le f(k,t)} (t,k,x) = e^{-\delta t}\left[(1-a) f(k,t) - (\mu + n + \delta)k\right]$. Таким чином, $k = \bar{k}$ максимум є результатом максимізації R_1 по k.

Введемо *r(t,k) =(l-a)f(k, t)-(μ+n+δ)k*. Враховуючи, що e – δt >, ми можемо написати $\bar{k}(t) = \arg\max_k r(t,k) \forall t \in [0,T]$. Давайте проаналізуємо поведінку функції *r (t, k)* щодо k. Ця функція є сумою двох членів: виробничої функції з точністю до постійного коефіцієнта та лінійного вираження.

Необхідною умовою максимуму *r (t, k)* по k є рівність нулю частинній похідної: $\dfrac{\partial r(t,k)}{\partial k} = 0.$ З огляду на те, що f (k, t)= beptkα, маємо $(1-a)b\alpha e^{\rho t} k^{\alpha-1} - (\mu + n + \delta) = 0.$ Так як 0 < α < 1 і *1-α = β*, тоді

$$\hat{k}(t) = \left(\frac{(1-a)b\alpha}{\mu + n + \delta}\right)^{\frac{1}{\beta}} e^{\frac{\rho}{\beta}t}. \tag{11}$$

Назвемо $\hat{k}(t)$, що ми знайшли основою цієї динамічної моделі економіки бізнесу. Він відіграє важливу роль у структуруванні оптимального рішення. Знайдемо управління, що реалізує цю магістраль, підставивши знайдене $\hat{k}(t)$ розкладання системи диференціальне рівняння (1): $\dot{\hat{k}}(t) = (1-a)(1-u)x(t) - (\mu - n)\hat{k}(t).$ Так як $\bar{x}(t) = f(k,t),$ де $f(k,t) = be^{\rho t}k^{\alpha}$ є виробничою функцією, то, вирішуючи рівняння процесу щодо u, отримаємо $\hat{u}(t) = 1 - \dfrac{\dot{\hat{k}}(t) - (\mu + n)\hat{k}(t)}{(1-a)be^{\rho t}\hat{k}^{\alpha}}.$ З формули (11) знайдемо $\dot{\hat{k}}(t) = \hat{k}(t)\dfrac{\rho}{\beta}.$ Тоді $\hat{u}(t) = 1 - \dfrac{\hat{k}(t)\left(\mu + n + \dfrac{\rho}{\beta}\right)}{(1-a)be^{\rho t}\hat{k}^{\alpha}}.$ Або $\hat{u}(t) = 1 - \dfrac{\mu + n + \dfrac{\rho}{\beta}}{(1-a)be^{\rho t}\hat{k}^{\alpha}}.$ Так як $\hat{k}^{\alpha-1} = k^{-\beta} = \left(\dfrac{(1-a)b\alpha}{\mu + n + \delta}\right)^{-1} e^{-\rho t},$ то отримаємо оптимальне управління

$$\hat{u}(t) = 1 - \alpha\frac{\mu + n + \dfrac{\rho}{\beta}}{\mu + n + \delta} \quad 12)$$

в припущенні, що $0 \le \hat{u} \le 1.$

Розглянемо окремий випадок, коли граничні умови стоять на:

$$k_0 = \hat{k}(0), k_1 = \hat{k}(T). \tag{13}$$

Тоді процес $\hat{v} = (\hat{k}, \hat{u}, f(k)) \in M$ є оптимальним. Фактично цей процес максимізує R при кожному t:

а) для u – з незалежності R від управління u, що досягається вибором функції *ϕ (k, t)*;

б) для k і x яких – за проектом.

З іншого боку, $\tilde{v}$ це реальний процес, тому що:

а) задовольняє рівняння процесу (u є підстановкою $\hat{k}$ рівняння процесу);

б) $0 \leq і \leq 1$;

в) граничні умови вибираються спеціально.

Зауважимо, що це завдання відповідає умові допустимості $0 \leq u \leq 1$. Це можна перевірити. Для функції Кобба-Дугласа економічна магістраль є кривою постійного темпу зростання фондоозброєння, пропорційну темпу зростання технічного прогресу ρ, а оптимальне управління, реалізує цю магістраль, є постійну величину (12).

Отже, для спеціально підібраних граничних умов (13) магістраль є оптимальним режимом розвитку господарства $\hat{k}(t) = \arg\max\limits_{-\infty<k<\infty} R(t,k).$ У всіх випадках магістраль відіграє у структурі рішення. Насправді дуже мало випадків, коли граничні умови належать до магістральних $k_0 \neq \hat{k}(0), k_1 \neq \hat{k}(T).$ Розглянемо загальний випадок. Для вирішення цього завдання можна використовувати прийом, аналогічний рішенню лінійної з управління задачі. Знайти $\overline{k}(t) = \arg\max\limits_{k\in\tilde{V}_b^t} R(t,k).$ Для завдань реальної економіки мінімальний рівень споживання позитивно: $0 < u_1 \leq u \leq 1$.

Побудуємо $\gamma_{ij}(t)$, $i = 1, 2, j = 0,1$ границі, допустимої області V. Функції $\gamma_{ij}(t)$ є рішеннями диференціального рівняння процесу

$$\dot{k} = (1-a)(1-u)f(t,k) - (\mu+n)k \tag{14}$$

за відповідних граничних умов (якщо j = 0, то береться $k(0) = k_0$, якщо j = 1, то використовується $k(T)= k_1$) та обмеження на управління (якщо i = 1, то нижня межа $u = u_1$ береться, якщо i = 2, то u = 1).

Розглянемо приклад, коли $k_0 < \hat{k}(0), k_1(T) > \hat{k}(T),$ оптимальна траєкторія у разі складається з трьох відрізків з моментами перемикань τ_1 і τ_2, де τ_1 – перетин кордону γ_{10} з шляхом $\hat{k}(t)$, а τ_2 – перетин шляху $\hat{k}(t)$ з кордоном γ_{11}. Спочатку в часовому інтервалі $(0, \tau_1)$ практично все вкладається в накопичення (споживання знаходиться на мінімальному рівні u_1 у цей період). Від τ_1 розвиток йде магістралі досі часу τ_2, з якого майже все знову інвестується в економіку (споживання знову знаходиться на низькому рівні u_1).

Знайдемо рішення диференціального рівняння (14). Враховуючи $f(t) = be^{\rho t}k^{\alpha}$, отримуємо

$$\dot{k} = (1-a)(1-u)be^{\rho t}k^{\alpha} - (\mu+n)k. \tag{15}$$

Перепишемо (15) рівняння у вигляді:

$$\dot{k} + \lambda k = b(1-a)(1-u)e^{\rho t}k^{\alpha}, \tag{16}$$

де $\lambda = \mu + n$.

Введемо нову змінну $z = k^{\beta}$, де $\beta = 1 - \alpha$. Так як $\dot{z} = (1-\alpha)k^{-\alpha}\dot{k}$, то маємо

$$\dot{k} = \frac{k^{\alpha}}{(1-\alpha)}\dot{z}. \tag{17}$$

Підставляючи (17) в диференціальне рівняння (16),

$$(1-\alpha)^{-1}k^{\alpha}\dot{z} + \lambda k = b(1-a)(1-u)e^{\rho t}k^{\alpha}. \tag{18}$$

Якщо розділити обидві частини диференціального рівняння (18) на k^{α}, отримаємо

$$(1-\alpha)^{-1}\dot{z} + \lambda z = b(1-a)(1-u)e^{\rho t} . \tag{19}$$

Загальне рішення лінійного неоднорідного диференціального рівняння дорівнює сумі загального рішення однорідного диференціального рівняння z_{00} і окремого рішення неоднорідного рівняння $Z_{чн}$:$Z = Z_{00} + Z_{чн}$. Знайдемо загальне рішення лінійного однорідного рівняння характеристичного рівняння $(1-\alpha)^{-1}z + \lambda z = 0,$ яке дорівнює $(1-\alpha)^{-1}q + \lambda = 0$. Звідси визначаємо корінь характеристичного рівняння: $q = -\lambda\beta.$

Тоді загальне рішення однорідного диференціального рівняння набуває вигляду $z_{00} = C_j e^{-\lambda\beta t}$, $i = 0{,}1$.

Рішення неоднорідного диференціального рівняння будемо шукати у вигляді правої частини (19):

$$z_{чн} = Be^{\rho t}, \tag{20}$$

де B – невизначений коефіцієнт, який потребує визначенню.

Диференціюючи (20) його по t, отримаємо $\dot{z}_{чн} = B\rho e^{\rho t}$. Підставами $z_{чн}(t)$ в рівняння (19): $(1-\alpha)^{-1} B\rho e^{\rho t} + \lambda B e^{\rho t} = b(1-a)(1-u)e^{\rho t}$. Після скорочення на $e^{\rho t}$ отримаємо $(1-\alpha)^{-1} B\rho + \lambda B = b(1-a)(1-u)$. Звідки $B = \dfrac{b(1-a)(1-u)}{\rho/\beta + \lambda}$.

Тоді загальне рішення неоднорідного диференціального рівняння (19) має вигляд $z_{00}(t) = C_j e^{-\lambda\beta t} + \dfrac{b(1-a)(1-u)}{\rho/\beta + \lambda} e^{\rho t}$. Тобто $z = \dfrac{1}{k^{\alpha-1}} = k^{\beta}$ тобто $k = z_1/\beta$, то загальне рішення диференціального рівняння (16) буде мати вигляд $k(t) = \left[C_j e^{-\lambda\beta t} + \dfrac{b(1-a)(1-u)}{\rho/\beta + \lambda} \rho t \right]^{1/\beta}$, де $j = 0{,}1$.

Далі потрібно визначити умови для моментів перемикання. За визначенням, γ_{ij}, $i = 1, j = 0{,}1$, є границями допустимої області $\tilde{V}^t$ та виходять як рішення диференціального рівняння (16) при заміні u на граничні значення u_i, $i = 1{,}2$, й виборі C_j, $j = 0{,}1$, в залежності від умови. Тобто $\gamma_{ij}(C_j, u_j, t) = \left[C_j e^{-\lambda\beta t} + \dfrac{b(1-a)(1-u)}{\rho/\beta + \lambda} e^{\rho t} \right]^{1/\beta}$, де $i = 1{,}2, j = 0{,}1$.

Знайдені інтегральні константи C_j, j= 0,1, в залежності від граничних умов. Тобто $k_0 = k(0) = \gamma_{i0}(C_0, u, 0) = \left[C_0 + \dfrac{b(1-a)(1-u_i)}{\rho/\beta + \lambda} \right]^{1/\beta}$, тобто $C_0 = k_0 - \dfrac{b(1-a)(1-u)}{\rho/\beta + \lambda}$. Визначаємо C_1 з граничною умовою $k_1 = k(T) = \gamma_{i1}(C_1, u_i, T) = \left[C_1\, e^{-\lambda\beta t} + \dfrac{b(1-a)(1-u)}{\rho/\beta + \lambda} e^{\rho T}, \right]^{1/\beta}$.

Одержане $C_1 = \left[k_1^{\beta} - \dfrac{b(1-a)(1-u_i)}{\rho/\beta + \lambda} e^{\rho T} \right] e^{\lambda\beta T}$, знайдемо точки перемикання. Позначимо через τ_{ij}, $i = 1{,}2$, j = 0,1, точки перетину границь γ_{ij}, $i = 1{,}2$, $j = 0{,}1$, з магістраллю $\hat{k}(t)$. Моменти перемикання τ_{ij} отримаємо, прирівнявши $\hat{k}(t_{ij}) = \lambda_{ij}(C_j, u_i, t)$, отримаємо $\left(\dfrac{(1-a)b\alpha}{\mu + n + \delta} \right)^{1/\beta} e^{\frac{\rho}{\beta}t} = \left[C_j e^{-\lambda\beta t} + \dfrac{b(1-a)(1-u_i)}{\rho/\beta + \lambda} e^{\rho t} \right]^{1/\beta}$.

Звідси: $\dfrac{(1-a)b\alpha}{\mu + n + \delta} e^{\rho t} = C_j e^{-\lambda\beta t} + \dfrac{b(1-a)(1-u_i)}{\rho/\beta + \lambda} e^{\rho t}$.

Висновки і пропозиції. Економічні моделі дозволяють виявити зміни у зведених характеристиках та надають цінну інформацію про темпи та масштаби економічного розвитку. У статті вказується необхідність адаптації та уточнення моделей і методів управління сільськогосподарськими підприємствами з використанням обсягу інвестицій як керуючого фактора, а також конкретизується модель лага розвитку капітальних вкладень. Виявлено необхідність створення моделі оптимального розвитку сільськогосподарського підприємства на основі достатніх умов оптимальності, яка дозволила розробити основну ознаку збалансованого зростання (основного) сільськогосподарського підприємства та вирішити поставлене завдання. Оптимізація моделі з урахуванням затримки введення постійних виробничих потужностей при виборі критерію оптимальності – рентабельність, максимальна витрата.

Список використаних джерел:

1. Гнатієнко Г.М., Снитюк В.Є. Експертні технології прийняття рішень : моногр. Київ : ТОВ «Маклаут», 2008. 444 с.
2. Грабовецький Б.Є. Методи експертних оцінок: теорія, методологія, напрямки використання : моногр. Вінниця : ВНТУ, 2010. 171 с.
3. Збарський В.К., Мацибора В.І. Економіка сільського господарства : навч. посіб. Київ : Каравела, 2009. 264 с.
4. Лобода О.М. Застосування імітаційного моделювання та програмних комплексів при реалізації інноваційних проектів в економічних системах. *Ефективна економіка*. 2020. № 11.
5. Лобода О.М. Вирішення задачі ідентифікації структури управління підприємства. *Сучасна спеціальна техніка*. 2012. № 3. С. 64–68.
6. Марасанов В.В., Пляшкевич О.М. Основи теорії проектування і оптимізації макроекономічних систем. Херсон : Айлант, 2002. 190 с.

References:

1. Hnatienko H.M., Snytiuk V. Ye. (2008). Ekspertni tekhnolohii pryiniattia rishen [Expert decision-making technologies]. Kyiv: TOV “Maklaut”. [in Ukrainian]
2. Hrabovetskyi B.Ye. (2010). Metody ekspertnykh otsinok: teoriia, metodolohiia, napriamky vykorystannia [Methods of expert assessments: theory, methodology, areas of use]. Vinnitsa: VNTU. [in Ukrainian]
3. Zbarskyi V.K., Matsybora V.I. (2009). Ekonomika silskoho hospodarstva: navch. posibnyk [Agricultural economics: a textbook]. Kyiv: Karavela. [in Ukrainian]
4. Loboda O.M. (2020) Zastosuvannia imitatsiinoho modeliuvannia ta prohramnykh kompleksiv pry realizatsii innovatsiinykh proektiv v ekonomichnykh systemakh [Application of simulation modeling and software complexes in the implementation of innovative projects in economic systems]. *Efektyvna ekonomika* [Efficient economy] (electronic journal) vol. 11. Available at: http://www.economy.nayka.com.ua/?op=1&z=8321 (accessed 15 Oct 2021) [in Ukrainian]
5. Loboda O.M. (2012). Vyrishennia zadachi identyfikatsii struktury upravlinnia pidpryiemstva [Solving the problem of identifying the management structure of the enterprise]. *Modern special equipment*, vol. 3, pp. 64–68. [in Ukrainian]
6. Marasanov V.V., Pliashkevych O.M. (2002). Osnovy teorii proektuvannia i optymizatsii makroekonomichnykh system [Fundamentals of the theory of design and optimization of macroeconomic systems]. Kherson: Ailant, p. 190. [in Ukrainian]