
МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 519.862.6.6

DOI <https://doi.org/10.32851/2708-0366/2021.6.13>

Дебела І.М.

кандидат сільськогосподарських наук, доцент,
Херсонський державний аграрно-економічний університет
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7990-4202>

Debela Iryna

Kherson State Agrarian and Economic University

ПРАКТИЧНІ АСПЕКТИ ПОБУДОВИ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПРОГНОСТИЧНИХ ТЕНДЕНЦІЙ ЕКОНОМІЧНОЇ ДИНАМІКИ

PRACTICAL ASPECTS OF CONSTRUCTING MATHEMATICAL MODELS OF PROGNOSTIC TRENDS OF DEVELOPMENT OF THE ECONOMY

Математичне моделювання економічних явищ та процесів шляхом послідовного встановлення логічних причинно-наслідкових зв'язків є найбільш ефективним засобом рішення різноманітних проблем економічно розвинутого суспільства. Прогнозування розглядається як система методів та математичних моделей, що виводить управління масовими економічними явищами та процесами на якісно вищий рівень. Створення математичних моделей та прогнозування на їх основі передбачає застосування статистичних категорій, методів, інструментарію, вибір яких визначається особливостями та структурою предмету дослідження, впливом зовнішніх передбачуваних та випадкових чинників. Метою дослідження є практичні аспекти застосування математичних методів аналізу формалізованих тенденцій економічних показників, обґрунтування вибору статистичних критеріїв оцінки математичної моделі прогностичних альтернатив управлінських рішень.

Ключові слова: тенденція, прогнозування, альтернатива, адекватність, надійність, тренд, екстраполяція.

Математическое моделирование экономических явлений и процессов путем последовательного определения логических причинно-следственных связей является наиболее эффективным средством решения различных проблем экономически развитого общества. Прогнозирование рассматривается как система методов и математических моделей, выводящая управление массовыми экономическими явлениями и процессами на более высокий качественный уровень. Создание математических моделей и прогнозирование на их основе предусматривают использование статистических категорий, методов, инструментария, выбор которых определяется особенностями и структурой предмета исследования, влиянием внешних очевидных и случайных факторов. Целью исследования являются практические аспекты применения математических методов анализа тенденций экономических показателей, обоснование выбора статистических критериев оценки математической модели прогностических альтернатив.

Ключевые слова: тенденция, прогнозирование, альтернатива, адекватность, надежность, тренд, экстраполяция.

The dynamic development of the economy closely linked with the introduction of mathematical methods for constructing prognostic alternatives in the practical sphere of economic activity.

Mathematical modeling of economic phenomena and processes, by consistently establishing logical causal relationships is the most effective means of solving various problems of economically developed society. Forecasting considered the system of methods and models mathematical modeling, which brings the management of mass economic phenomena and processes to a qualitatively higher level. Creating mathematical models and forecasting based on them involves the use of statistical categories, methods, tools, the choice of which is determined by the characteristics and structure of the subject of study, the influence of external predictable and random factors. The use of time series, analysis of trends in socio-economic development and forecasting based on it, is one of the least algorithmic tools used by scientists, researchers, economists and practitioners. The existence of a large number of methods for constructing prognostic models does not simplify the process of forecasting and choosing alternative directions for the development of the object under study in the future. The question of assessing the reliability of forecast calculations, the choice of quality criteria for the forecast model and its adaptation to existing trends is always open. The aim of the research is theoretical and practical aspects of application the mathematical methods in analysis of formalized tendencies the economic indicators, substantiation of choice the statistical criteria of estimation the mathematical model of prognostic alternatives and administrative decisions. The complexity of internal and external relationships of enterprises, the presence of a large number indicators, factors and limitations of an individual enterprise, as well as the presence of competition do not allow to form an optimal plan for economic development without the use of specific methods and models. Management decision-making time is limited, and therefore it is not always possible to make an optimal strategic forecast in a timely and high-quality manner. Mathematical methods and models allow solve even large-scale problems, taking into account a large number of indicators and influencing factors, and the use of computer technology and application software significantly reduces the duration of computational procedures.

Key words: *tendency, forecasting, alternative, adequacy, trend, extrapolation.*

Постановка проблеми. Головною метою дослідження прогнозних тенденцій динаміки економічних показників є визначення пріоритетних напрямів прийняття управлінських рішень, обґрунтування математичних моделей альтернатив розвитку об'єкта управління, оцінка статистичної значимості, адекватності, надійності комплексних прогнозних розрахунків. Теоретичною основою економічного прогнозу є системний аналіз тенденцій, причин та наслідків динамічних змін об'єктів управління. Прогнозні розрахунки мають суто теоретичний, інформаційний характер та коротко дають відповідь на питання, що може бути у майбутньому, якщо умови існування і розвитку об'єкта дослідження зміняться певним чином. Метою економічного прогнозу є створення наукової бази для прийняття управлінських рішень. З одного боку, завданням економічного прогнозування є опис перспективи найближчого або більш віддаленого майбутнього в досліджуваній сфері, керуючись реальними процесами та явищами дійсності; з іншого – сприяння виробленню оптимальних поточних та перспективних планів, оцінка прийнятого рішення з позицій наслідків його в прогнозований період. Основою існуючої сьогодні бази теоретичних та емпіричних знань, математичних методів, моделей та алгоритмів прогнозування економічних процесів є теорія дослідження динамічних рядів [3; 7]. Прогнозування, тобто передбачення майбутніх значень динамічного ряду за наявними минулими або теперішніми значеннями, вимагає ідентифікації моделі, її формального опису. Як тільки формалізація моделі завершена, вона може бути застосована для інтерпретації досліджуваних даних, і, незважаючи на ступінь та глибину розуміння базової теорії, можна екстраполювати динамічний ряд на основі вибраної моделі, тобто передбачити його майбутній стан. На жаль, не існує жодної моделі з універсальним алгоритмом, що підійшов би для прогнозу будь-якої ситуації, – для різних динамічних рядів із різними характеристиками. Для забезпечення точності прогнозу використовуються лише та модель, що оптимально підходить для характеристик досліджуваного динамічного ряду. Моделюючи ряди динаміки, перш за все намагаються визначити основну тенденцію – деякий загальний напрям розвитку або еволюцію досліджуваного показника – тренд. Не існує універсального, «автоматичного» способу виявлення тренду динамічного ряду. Накопичений досвід,

теоретичні розробки науковців у цьому напрямі досить значні, але не остаточні, потребують деталізації в кожному окремому дослідженні.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Зміст, завдання та значення прогнозування соціально-економічних процесів, основні методи прогнозування та аналізу динаміки часових рядів описано у працях таких вітчизняних науковців та практиків, як: Г.В. Присенко, Є.І. Равікович, Т.С. Клебанова, В.М. Вовк, В.В. Вітлінський, С.І. Наконечний, С.С. Савіна, В.С. Григорків, Ю.Г. Лисенко. Сучасні проблеми прогнозування соціально-економічних процесів є предметом дослідження О.І. Черняка, П.В. Захарченка, В.М. Геєця, Т.С. Клебанової, Л.С. Гурьянова, Е.А. Сергієнко. Статистичні методи досліджень соціально-економічних явищ розглянуті в роботах таких учених, як М.К. Шапочка, О.М. Маценко, А.Л. Романчук, Є.А. Лавров, Л.П. Перхун, В.В. Шендрик, Е.Г. Кузнєцов, Ю.В. Парфененко. Аналіз динамічних характеристик економічних процесів приведений у роботах таких науковців, як Д. Форрестер, С.К. Рамазанов, С.С. Герасименко, З.О. Пальян.

Огляд публікацій показує, що алгоритм визначення тенденцій динамічних показників, їх формалізація та якісна оцінка моделей економічної динаміки є актуальним і недостатньо вирішеним завданням.

Формулювання цілей статті. Незважаючи на майже повсюдне використання динамічних рядів, аналіз тенденцій соціально-економічного розвитку і прогнозування на його основі є одним із найменш алгоритмізованих засобів, які використовують учені, дослідники, економісти-практики. Існування великої кількості методів побудови прогностичних моделей аж ніяк не спрощує сам процес прогнозування та вибору альтернативних напрямів розвитку досліджуваного об'єкта в майбутньому. Окрім того, завжди залишається відкритим питання оцінки надійності прогнозних розрахунків, вибору критеріїв якості прогностичної моделі та її адаптованості до існуючих тенденцій. Метою дослідження є теоретичні та практичні аспекти застосування математичних методів аналізу формалізованих тенденцій економічних показників, обґрунтування вибору статистичних критеріїв оцінки математичної моделі прогностичних альтернатив управлінських рішень.

Виклад основного матеріалу. Прогнозування динамічних рядів є формою прогностичного моделювання, тоді як аналіз часових рядів є формою описового моделювання. Особа, що приймає рішення, проводить аналіз динамічних рядів, аналізує набір даних із метою виявлення тенденцій, закономірностей та наявних зв'язків із навколишнім середовищем. При цьому вважається, що час опосередковано виражає вплив основних чинників, механізм впливу не враховується. Результатом прогнозування динамічних рядів є визначення майбутнього значення досліджуваного показника, класифікація модельованого явища або процесу в певний момент часу. Першим кроком аналізу динамічного ряду з метою побудови прогностичної моделі є встановлення та розуміння закономірностей поведінки модельованого об'єкта в часі. Ці основні закономірності можна представити як чотири чинники впливу на процес прогностичного моделювання: тенденція, сезонність, циклічність, похибка [7]. Якщо спостереження за досліджуваними ознаками, явищами досить тривалі в часі, рівні динамічного ряду опосередковано розкривають основні закономірності існування та розвитку, а досліджуваним процесам властива інерційність, то припущення про майбутні тенденції розвитку цих процесів значною мірою може базуватися на аналізі попередніх рівнів динамічного ряду. Інерційність економічних процесів проявляється як інерційність взаємозв'язків, тобто збереження в основних рисах механізму формування явищ, або як інерційність у розвитку окремих боків процесів: темпів, коливань, змін основних кількісних характеристик. Ступінь інерційності залежить від рівня управління. В економічній системі чим нижче досліджуваний рівень ієрархії системи, тим менш інерційним є об'єкт. Найважливішою умовою побудови динамічного ряду є порівня-

ність його рівнів. Непорівняність рівнів може мати місце внаслідок зміни об'єкта дослідження (за територією, структурою, статусом тощо), різного часу реєстрації даних, застосування різних одиниць виміру, методики розрахунку економічних показників. Під час аналізу показників у монетарному вимірі причинами непорівняності можуть бути інфляція, диспаритет цін, зміни ринкових умов у цілому. Після встановлення наявності тенденції динамічного ряду необхідно визначити характер перебігу процесу, виявити у загальному вигляді тенденцію розвитку в минулому. Можна виділити монотонно спадаючі та зростаючі процеси, що мають межі насичення, екстремуми і точки перегину. Для визначення напрямку розвитку економічних процесів і явищ можуть бути використані середній темп росту, середній темп приросту, ковзне середнє, експоненційне згладжування. Усі перераховані способи є елементарними прийомами статистичного аналізу. Не існує універсального алгоритму визначення тренду динамічного ряду, але якщо ряд досліджуваних показників монотонний, то аналізувати такий ряд неважко і прогностичне значення досліджуваного показника буде досить передбачуваним. Якщо дані динамічного ряду містять значну похибку – не враховані фактори та непередбачувані випадкові величини, то першим кроком виділення тренду є його вирівнювання. Розглянемо практичний алгоритм аналізу формалізованих тенденцій динамічного ряду та критерії оцінювання прогностичних альтернатив управлінських рішень на прикладі статистичних даних про оптовий товарооборот підприємств оптової торгівлі Херсонської області (табл. 1, рис. 1) [9; 10]. Перш ніж виділити тренд, перевіримо гіпотезу про наявність тенденції. Динамічні ряди опису економічних явищ можуть мати тенденції трьох типів: тенденцію середнього рівня, тенденцію дисперсії, тенденцію автокореляції [1]. Тенденція середнього рівня формально описується математичною функцією $y = f(t)$ (функція вважається нормованою), навколо якої варіюють емпіричні значення досліджуваного числового ряду. Значення, отримані за функцією тренду, є математичними сподіванням окремих значень ряду.

Таблиця 1

**Середньомісячний оптовий товарооборот підприємств оптової торгівлі
Херсонської області за 1996–2017 рр.**

Рік	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
млн грн	20,3	29,3	31,3	31,4	34,2	43,8	52,3	63,6	86,8	116,8	152,3
Рік	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
млн грн	207,8	277,2	277,2	368,4	428,3	524,9	607,9	648,3	766,4	1047,3	1057,4

Наявність тенденції середнього рівня ($\alpha = 0,1$) визначимо за t -статистикою Стьюдента (1), попередньо розбивши ряд на дві частини $n_1 = 14, n_2 = 8$, та обчисливши їх числові характеристики: $\bar{x}_1 = 126,6; \bar{x}_2 = 749,6; \sigma_1^2 = 11803,05; \sigma_2^2 = 49434,17$.

$$t_r = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{\sqrt{(n_1 - 1)\sigma_1^2 + (n_2 - 1)\sigma_2^2}} \cdot \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}}. \quad (1)$$

$$t_r = 8,89 > \tilde{t}(\alpha = 0,05; \gamma = 20) = 2,08. \quad (2)$$

Нерівність (2) виконується строго, отже, розбіжність між обчисленими середми двох рівнів динамічного ряду значима, істотна, має не випадковий характер, відповідно, динамічний ряд має тенденцію.

Перевіримо гіпотезу про існування тенденції дисперсії за F -критерієм Фішера-Снедекора:

$$F_r = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} = 4,2 > F_{кр}. \quad (3)$$

Тобто розбіжність між обчисленими дисперсіями значима, носить не випадковий характер, відповідно, досліджуваний ряд динаміки має тенденцію дисперсії. Даний метод дає прийнятні результати у випадку рядів із монотонною тенденцією. Статистична обробка економічної інформації зовсім не є прогнозом, однак фігурує як важлива ланка загальної системи його розроблення. Якість прогнозних обчислень, одержуваних на основі статистичних моделей, істотно залежить від аналізу емпіричних даних, від того, наскільки такий аналіз зможе виявити й узагальнити закономірності поведінки досліджуваних процесів у часі [1; 2; 8]. Метод екстраполяції є одним із найпоширеніших статистичних методів прогнозування. Ідея метода полягає у продовженні на перспективу тенденцій, що спостерігалися в минулому [1; 4].

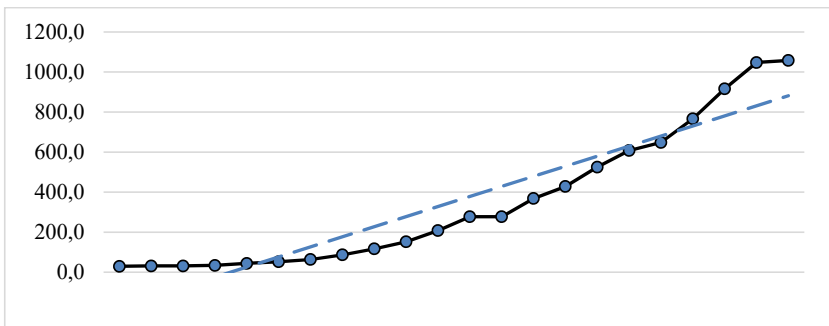


Рис. 1. Статистичні дані про оптовий товарооборот підприємств оптової торгівлі Херсонської області

Екстраполяцію можна представити у вигляді функції:

$$Y_i + L = f(Y_i^k; L), \tag{4}$$

де $Y_i + L$ – екстрапольоване значення рівня; Y_i^k – k -й рівень, прийнятий за базу екстраполяції; L – період прогнозування.

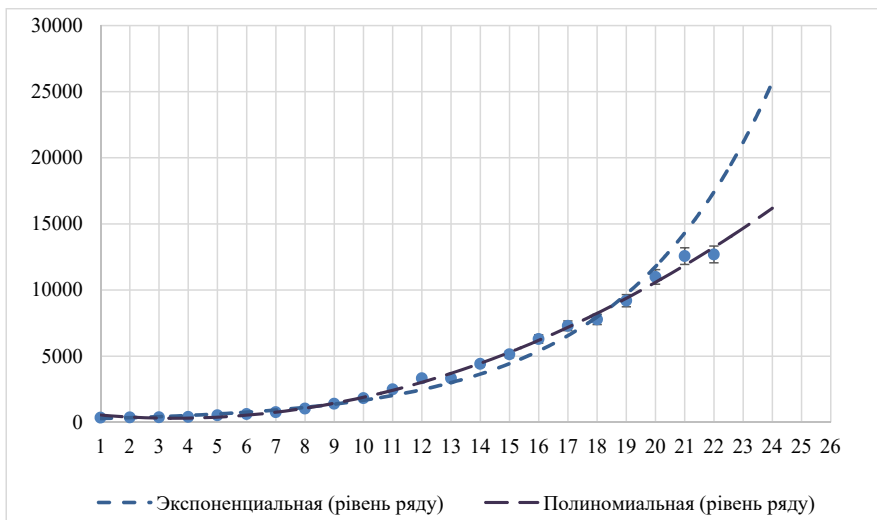


Рис. 2. Екстраполяція ряду динаміки $f(Y_i^k; L)$

Вибір функції $f(Y_i^k; L)$ визначає результати екстраполяції. Оптимальним підходом до вибору функції був би попередній аналіз досліджуваного процесу, власне кажучи, його внутрішньої структури і логіки, взаємозв'язку із зовнішнім середовищем. Але здебільшого дослідник не повною мірою володіє характеристиками динаміки процесу з необхідним ступенем деталізації, тому вибір моделюючої функції є результатом евристичного підходу і досвіду розробника прогнозу.

Для аналізу тенденції вибрано дві функції апроксимації (рис. 2), порівняємо статистичні оцінки цих функцій:

$$1) f(Y_i^k; L) = 37,904x^2 - 267,85x + 779,49; R^2 = 0,99; \bar{k} = 2,5\%; \sigma_0 = 279,35; F_r = 2209 > F_{кр};$$

$$2) f(Y_i^k; L) = 236,62e^{0,1954}; R^2 = 0,98; \bar{k} = 9,8\%; \sigma_0 = 1222,7; F_r, 0 > F_{кр}.$$

Величина R^2 – величина достовірності функції апроксимації, для обох функцій близька до 1, що підтверджує вибір моделюючих функцій. Адекватність моделі тенденції може бути встановлена за допомогою середнього значення відносного відхилення (похибки) емпіричних та теоричних значень рівнів динамічного ряду \bar{k} . Розмір допустимої похибки визначається наперед залежно від завдання дослідження. Похибка моделювання економічних показників частіше всього допускається $\bar{k} < 5\%$. Для даних табл. 1 експоненційна функція вимоги адекватності не виконує $\bar{k} = 9,8\%$. Окрім того, значення залишкової дисперсії (середньоквадратичного відхилення випадкових величин) для цієї функції значно перевищує відповідне значення для поліному 2-го степеню, що можна спостерігати на рис. 2. Виходячи з розрахованих показників можна зробити висновок, що функція $(Y_i^k; L) = 37,904x^2 - 267,85x + 779,49$ є прийнятною для моделювання тенденції та може бути використана як екстраполяційна функція прогностичних розрахунків (табл. 2, рис. 3).

Таблиця 2

Прогностичні розрахунки досліджуваного показника

Рік	2018	2019	2020
Прогноз, млн грн	989,1	1222,4	1265,2
Значення показника [10]	998,8	1050,9	826,6



Рис. 3. Середньомісячний оптовий товарооборот оптових підприємств Херсонської області за 2018–2020 рр., млн грн

Розбіжність розрахункових даних та фактичних значень прогнозованих рівнів динамічного ряду зростає зі збільшенням кількості рівнів прогнозування, що пояснюється впливом випадкових величин і не врахованих факторів. Окрім того, економічні процеси не лінійні за природою, залежні від зовнішніх впливів, випадкову дію яких передбачити в межах математичної моделі практично неможливо, і збільшення кількості спостережень іноді навіть ускладнює аналіз і знижує значимість результатів прогнозування. Хоча статистична теорія стверджує [5; 6], що збільшення обсягу вибіркової сукупності анулює кореляцію даних, спостереження вважаються незалежними, і, як наслідок, якість статистичної моделі зростає в рази.

Висновки. Розглянуті теоретичні та практичні аспекти математичних методів аналізу тенденцій економічних показників, застосування статистичних критеріїв оцінки прогностичних розрахунків нескладні та можуть отримати практичну реалізацію в короткостроковому прогнозуванні формалізованих економічних показників. Слід зазначити, що значна частина економічних явищ, процесів являють собою результат одночасно сукупно діючих факторів, дію частини яких передбачити практично неможливо через випадковість і неповторюваність їх прояву, що значно ускладнює, а іноді унеможлиблює процес створення адекватної прогностичної моделі. Правильний вибір специфікації моделі прогнозування, оцінка адекватності та надійності прогностичних альтернатив, їх економічна обґрунтованість повністю визначаються досвідом та предметними знаннями фахівця – економіста як особи, що приймає рішення.

Список використаних джерел:

1. Лепа Є.В., Дебела І.М. Прогнозування соціально-економічних процесів : навчальний посібник. Херсон : Херсонська міська друкарня, 2007. 184 с.
2. Дебела І.М. Економіко-математичне моделювання : навчальний посібник. Херсон, 2011. 348 с.
3. Єріна А.М. Статистичне моделювання та прогнозування : навчальний посібник. Київ : КНЕУ, 2001. 170 с.
4. Присенко Г.В., Равікович Є.І. Прогнозування соціально-економічних процесів : навчальний посібник. Київ : КНЕУ, 2005. 378 с.
5. Єріна А.М. Організація вибіркового обстеження : навчальний посібник. Київ : КНЕУ, 2004. 127 с.
6. Статистика : підручник / С.С. Герасименко та ін. ; за наук. ред. С.С. Герасименка. Київ : КНЕУ, 2000. 467 с.
7. Вігліньський В.В. Моделювання економіки : навчальний посібник. Київ : КНЕУ, 2003. 408 с.
8. Актуальні проблеми прогнозування розвитку соціально-економічних систем : монографія / за ред. О.І. Черняка, П.В. Захарченка. Мелітополь : Мелітопольська міська друкарня, 2019. 456 с.
9. Діяльність підприємств – суб'єктів великого, середнього, малого та мікропідприємництва Херсонської області : статистичний збірник / Головне управління статистики у Херсонській області. Херсон, 2020. 275 с.
10. Головне управління статистики у Херсонській області : вебсайт. URL: <http://www.ks.ukrstat.gov.ua/statistichna-informatsiya.html> (дата звернення: 10.02.2021).

References:

1. Lepa E.V., Debela I.M. (2007) Proghnozuvannja socialjno-ekonomichnykh procesiv [Forecasting of socio-economic processes]. Kherson: Kherson city printing house. (in Ukrainian)
2. Debela I.M. (2011) Ekonomiko-matematychne modeljuvannja [Economic-mathematical modeling]. Kherson. (in Ukrainian)
3. Erina A.M. (2001) Statystychne modeljuvannja ta proghnozuvannja [Statistical modeling and forecasting]. Kyiv: KNEU. (in Ukrainian)
4. Prisenko G.V., Ravikovich E.I. (2005) Proghnozuvannja socialjno-ekonomichnykh procesiv [Forecasting of socio-economic processes]. Kyiv: KNEU. (in Ukrainian)

5. Erina A.M. (2004) Orghanizacija vybirkovykh obstezhenj [Organization of sample surveys]. Kyiv: KNEU. (in Ukrainian)
 6. Gerasimenko S.S., et.al (2000). Statystyka [Statistics]. Kyiv: KNEU. (in Ukrainian)
 7. Vitlinsky V.V. (2003) Modeljuvannja ekonomiky [Modeling of economy]. Kyiv: KNEU. (in Ukrainian)
 8. Chernyak O.I., Zakharchenko P.V. (ed.) (2019) Aktualjni problemy proghnozuvannja rozvytku socialjno-ekonomichnykh system [Actual problems of forecasting the development of socio-economic systems]. Melitopol: Publishing house of Melitopol city printing house. (in Ukrainian)
 9. Gholovne upravlinnja statystyky u Khersonskij oblasti (2020) Dijalnistj pidpryjemstv – sub'ektiv velykogho, serednjogho, malogho ta mikro pidpryjemnytva Khersonskoj oblasti [Activities of enterprises – subjects of large, medium, small and micro entrepreneurship of Kherson region], Kherson: Main Department of Statistics in Kherson Oblast.
 10. Gholovne upravlinnja statystyky u Khersonskij oblasti. Available at: <http://www.ks.ukrstat.gov.ua/statistichna-informatsiya.html> (accessed 10 February 2021).
-